

Pauta Control 1

P1.

- a) Se sabe que $[\sim (p_1 \Leftrightarrow p_2) \Rightarrow (p_4 \Rightarrow p_3)]$ es falsa, de donde $\sim (p_1 \Leftrightarrow p_2)$ es V y $p_4 \Rightarrow p_3$ es F . De esto se concluye que p_4 es V y p_3 es F . Además $p_1 \Leftrightarrow p_2$ es F de donde p_1 y p_2 tienen valores distintos, es decir, uno de ellos es F o bien $p_1 \wedge p_2 \Leftrightarrow F$. (1.5 puntos)

Sigue que $\sim [(p_0 \vee p_5) \wedge (p_1 \wedge p_2)] \Leftrightarrow (p_3 \Leftrightarrow p_4)$ se puede evaluar como $\sim [(p_0 \vee p_5) \wedge F] \Leftrightarrow (F \Rightarrow V)$
 $\Leftrightarrow \sim F \Leftrightarrow V \Leftrightarrow V \Leftrightarrow V \Leftrightarrow V$ (1.5 puntos)

Se concluye que la proposición es verdadera.

- b) b1) $(\forall x \in F)[\phi(p, x) \vee x = p]$ significa que p está más adelante que cualquier persona de la fila, o es el único ($x = p$). (1.0 puntos)

Se concluye que p está primero en la fila.

- b) b2) $(\forall x \in F)[\phi(x, p) \vee x = p]$ significa que toda persona de la fila está más adelante que p , o es el único ($x = p$). (1.0 puntos)

Se concluye que p está último en la fila.

- b) b3) La proposición $(\exists x \in F)(\phi(x, p) \wedge \neg \phi(p, x))$ es verdadera para cualquier fila de más de dos personas, pero no se cumple la unicidad ($\exists! x \in F$).

En consecuencia, la proposición es verdadera para una fila de solo dos personas, donde, es evidente que la persona p está primero o segundo. (1.0 puntos)

P2.

- a) $A, B \subseteq U \quad A \subseteq B \Leftrightarrow B^c \subseteq A^c$.

Dem.: (\Rightarrow) Sea $X \in B^c \Rightarrow x \notin B \Rightarrow X \notin A$ pues $A \subseteq B$ por hipótesis $\Rightarrow X \in A^c$. Sigue que $B^c \subseteq A^c$ (1.0 puntos)

(\Leftarrow) Sea $x \in A \Rightarrow x \notin A^c \Rightarrow x \notin B^c$ pues $B^c \subseteq A^c \Rightarrow x \in B$.

Así, $x \in A \Rightarrow x \in B \Leftrightarrow A \subseteq B$ (1.0 puntos).

- b) $A, B, C \subseteq U \quad [(A \cap B) \subseteq C] \Rightarrow [(A \cap C^c) \subseteq B^c]$.

Aplicando la parte (a) a la hipótesis queda

$$[(A \cap B) \subseteq C] \Rightarrow [C^c \subseteq (A \cap B)^c] \Rightarrow [C^c \subseteq (A^c \cup B^c)] \quad (1.0 \text{ puntos}).$$

Así $C^c(A^c \cup B^c) \cap A$ (intersección con A) $\Rightarrow (A \cap C^c) \subseteq [A \cap (A^c \cup B^c)] = [(A \cap A^c) \cup (A \cap B^c)] = \phi \cup (A \cap B^c) = A \cap B^c$. (2.0 puntos).

Es decir $(A \cap C^c) \subseteq (A \cap B^c)$ pero $A \cap B^c \subseteq B^c$
 de donde por transitividad $(A \cap C^c) \subseteq B^c$ (1.0 puntos).